



## APLICAÇÃO DA TÉCNICA DE ELEMENTOS FINITOS PARA A SOLUÇÃO DE UM PROBLEMA DE ABLAÇÃO UTILIZANDO UMA ABORDAGEM ENTÁLPICA

**Rosângela Meireles Gomes Leite**

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, Divisão de Mecânica Espacial e Controle  
Cx. P. 515 – 12227-090 – São José do Campos, SP, Brasil

**Edson Luiz Zaparoli**

Instituto Tecnológico de Aeronáutica, Departamento de Energia  
Cx. P. 6122 – 12228-900 – São José dos Campos, SP, Brasil

***Resumo.** Neste trabalho adota-se uma abordagem entálpica para o cálculo da ablação em problemas unidimensionais. O material da proteção térmica após a ablação torna-se uma fase fictícia, absorvendo o “calor latente de ablação” nesta transição, e com um valor da condutividade térmica, de maneira que esta fase permanece com uma temperatura constante e igual a temperatura de sublimação. Assim, esta fase não absorve energia e permite que o fluxo de calor do aquecimento aerodinâmico atinja sem redução a superfície de ablação da proteção térmica. A solução numérica deste problema foi obtida por elementos finitos. Considerou-se a variação das propriedades na avaliação dos termos das matrizes dos elementos, obtendo-se resultados que apresentaram uma boa coerência com o fenômeno físico de desgaste da proteção térmica resultante do aquecimento aerodinâmico durante a reentrada de um satélite na atmosfera terrestre.*

***Palavras-chave:** Ablação, Proteção Térmica, Abordagem Entálpica, Sublimação, Reentrada.*

### 1. INTRODUÇÃO

Devido ao intenso aquecimento aerodinâmico que os veículos aeroespaciais sofrem ao entrarem na atmosfera devido à frenagem, dissipando toda a energia cinética e potencial em calor pelo atrito com o ar (Pessoa Filho, 1997), faz-se necessário uma proteção térmica para a superfície externa destes veículos, para que este alto fluxo de calor não danifique suas estruturas nem suas cargas úteis. Os isolantes térmicos tradicionais normalmente utilizados em aplicações estacionárias falham devido às características deste aquecimento de alto fluxo de calor e de curto tempo de duração. Para superar este problema foram desenvolvidos materiais ablativos que se desgastam (fusão, sublimação, carbonização,...) absorvendo energia e injetando um gás no escoamento externo provocando o efeito de bloqueio do fluxo de calor citado anteriormente. Uma das grandes vantagens de se usar proteção térmica por ablação é a autoregulação do processo de desgaste de sua superfície em função do aquecimento (Taylor, 1966). No contexto deste trabalho, analisa-se a proteção térmica por ablação de um material que se desgasta devido à sublimação de sua superfície. Em uma primeira etapa deste trabalho

desenvolveu-se uma metodologia de cálculo do fenômeno de ablação que ocorre em uma proteção térmica de um microssatélite recuperável utilizando uma abordagem entálpica para a mudança de fase. A abordagem utilizada tem como vantagem sobre a abordagem tradicional o fato de não ser necessário o cálculo da velocidade de desgaste do material na superfície e também a possibilidade de simular processos de ablação de materiais que se desgastam em uma faixa de temperatura e não em uma temperatura fixa. Para a solução numérica do problema de ablação empregou-se método de elementos finitos utilizando-se a técnica de Ritz conforme apresentado por Leite & Zapparoli, (1998). Nesta primeira etapa do trabalho as propriedades térmicas do material ablativo foram consideradas constantes dentro de cada elemento e os resultados obtidos para os instantes finais da ablação foram bons, porém nos instantes iniciais, este método apresentou instabilidades no cálculo das temperaturas dos nós próximos à superfície que sofre o aquecimento. Partiu-se então para uma segunda fase do trabalho considerando-se a variação linear das propriedades dentro de cada elemento na avaliação dos termos das matrizes dos elementos com o objetivo de eliminar as instabilidades já mencionadas anteriormente. Empregou-se então o método dos resíduos ponderados de Galerkin para a solução numérica do problema de ablação.

## 2. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Neste trabalho estuda-se o problema de condução transiente unidimensional acoplado com ablação. Uma camada de material ablativo inicialmente a uma temperatura  $T_0$  menor que uma temperatura  $T_{mf}$  para a qual ocorre a mudança fase do sólido, sofre a incidência de fluxo de calor constante ( $q_0 = -k\partial T/\partial x$ ) na sua extremidade esquerda, enquanto sua outra extremidade está em contato com a estrutura do veículo, que por sua vez tem a superfície direita isolada, conforme observa-se pela Fig. (1).

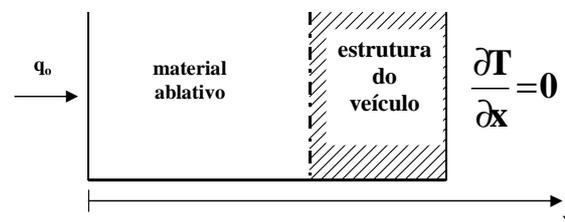


Figura 1- Esboço da geometria do problema a ser estudado.

De acordo com Tamma & Namburu (1990), a formulação entálpica para a equação da energia para um sólido homogêneo, pode ser dada por:

$$\rho A(x) \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( k A(x) \frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad (1)$$

Aqui  $\rho$  é a densidade,  $H$  é a entalpia,  $k$  a condutividade térmica da substância e  $A$  a área de transferência de calor.

Admitindo-se que a entalpia,  $H$ , seja função apenas da temperatura conforme a Fig. 2, incorporando o calor de sublimação,  $H_{fs}$ , calcula-se um calor específico ( $c_p$ ) segundo:

$$c_p = dH/dT \quad (2)$$

O cálculo do calor específico utilizado nesta análise é obtido diretamente a partir da taxa

de variação da entalpia com relação a temperatura, e é implementado através de um esquema de “forward difference”:

$$c_p = \frac{(H^{i+1} - H^i)}{(T^{i+1} - T^i)} \quad (3)$$

onde:  $i$  e  $i + 1$  referem-se a dois níveis de tempo subsequentes,  $i$  são valores conhecidos e  $i+1$  são valores a determinar.

A entalpia dependente da temperatura na Eq. (1),  $H$ , requer especial atenção, uma vez que esta propriedade do material apresenta uma variação abrupta quando a temperatura se aproxima da temperatura de mudança de fase.

Particularmente, o calor específico ( $c_p$ ), segundo a Eq. (2), tende a uma função delta de Dirac- $\delta$  quando a faixa de temperatura de mudança de fase tende a zero, conseqüentemente não pode ser representada na região de pico por uma função suave, criando dificuldades para sua integração através desta região. Um problema que surge na utilização da abordagem entálpica para a mudança de fase, está relacionado à possibilidade de um nó ou elemento durante um passo de integração no tempo, passar de uma temperatura inferior à faixa de mudança de fase para uma superior, sem absorver o calor latente. Utilizando-se a Eq. (3), e um algoritmo iterativo evita-se este problema.

Neste estudo a condutividade térmica do material ablativo também varia em função da temperatura. Até o início da ablação a condutividade térmica tem um valor pequeno correspondente a própria condutividade térmica do material ablativo. Depois que o material sofreu ablação sua condutividade térmica passa para um valor suficientemente alto (Fig.2), aumentando a difusividade térmica, de modo que a temperatura do material fictício permaneça constante e igual a temperatura de sublimação, resultando que todo o calor incidente na superfície do material fictício seja conduzido até a superfície de ablação. Além de se considerar a variação das propriedades com a temperatura, também considerar-se-á que  $k$ ,  $c_p$  e a área do sólido variem linearmente dentro do elemento.

Este problema será resolvido discretizando-se as equações pelo método de Galerkin.

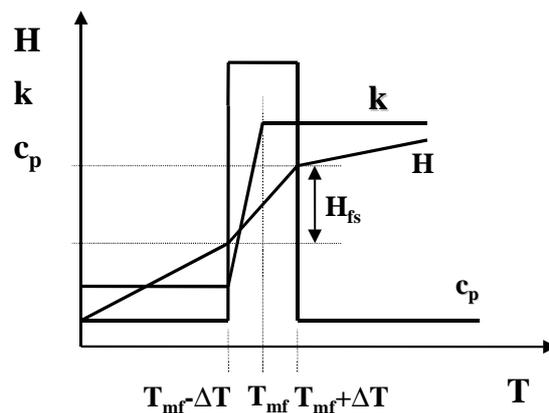


Figura 2- Propriedades térmicas do material ablativo em função da temperatura.

### 3. APLICAÇÃO DO MÉTODO DE GALERKIN

O desenvolvimento do método de elementos finitos para a solução dos problemas de transferência de calor por condução é relativamente recente comparativamente ao emprego do método de diferenças finitas. Segundo Myers (1971), uma das mais importantes aplicações da análise de condução é fornecer informações para os cálculos de tensões térmicas. Neste

contexto, um dos fatores primordiais que conduziram ao desenvolvimento do método de elementos finitos foi o desejo de garantir a compatibilidade dos modelos térmicos para uso nas análises de tensões térmicas. Na análise de tensões, existe um princípio variacional extremo, tal que a minimização da energia de deformação dentro de um domínio contínuo conduz naturalmente a formulação de um modelo discreto para determinação de um campo de deslocamento aproximado do qual uma distribuição aproximada de tensões pode ser calculada. Na transferência de calor por condução, em oposição a análise de tensão não existe uma formulação variacional natural tendo uma clara interpretação física. A busca por uma formulação variacional do problema de condução de calor, aparentemente com o interesse de preservar os princípios básicos no desenvolvimento do método tem conduzido a várias formulações variacionais do problema.

Na formulação variacional, o método de elementos finitos começa com um funcional do problema em vez de uma equação diferencial. No método de elementos finitos o problema é transformado em uma integral a ser minimizada, e se usará a aproximação numérica da integral para se obter uma solução. O uso do método de elementos finitos na solução de problemas unidimensionais de ablação, tem neste trabalho, o objetivo de gerar um código computacional que possa ser acoplado a outros códigos ou ser ampliado para se resolver problemas de ablação mais complexos (ablação com carbonização ou com a formação de uma camada de material liquefeito na superfície). Devido a estrutura adequada de programação, um código unidimensional de elementos finitos pode ser estendido para resolver problemas multidimensionais de ablação.

Em contraste à aproximação variacional, o método de resíduos ponderados segundo Schneider, (1992) é baseado na minimização do resíduo deixado após uma solução aproximada ser substituída nas equações diferenciais que governam um problema. Em outras palavras o método dos resíduos ponderados procura determinar as "n" incógnitas  $T_i$  da aproximação  $\tilde{T}(x, t) = \sum_{i=1}^n N_i T_i$ , de forma que o erro sobre o domínio de solução seja pequeno.

Isto é conseguido fazendo-se uma *média ponderada do erro* e igualando a zero o *somatório desta média* sobre o domínio de solução.

A formulação mais comumente empregada de resíduos ponderados tem sido o *método de Galerkin*, no qual a função aproximada é tal que a integral do resíduo da equação governante do problema, ponderado por  $W_i$ , denominada *função-peso*, deve-se anular sobre o domínio. Neste caso, a função  $\tilde{T}$  é uma solução aproximada da função  $T$ , solução exata e as *funções-peso* são as próprias *funções de forma* utilizadas na construção da solução aproximada. Ou seja, substituindo-se a aproximação  $\tilde{T}(x, t)$  na equação diferencial  $L(T) - f = 0$  obtém-se o *resíduo* ou *erro* resultante da aproximação:

$$\mathfrak{R} = L(\tilde{T}) - f \tag{4}$$

Matematicamente, segundo Desai (1979), a idéia da minimização pode ser expressa como:

$$\int_D \mathfrak{R}(x) W_i(x) dx = 0, \dots, i= 1, 2, \dots, n \tag{5}$$

Para se empregar o método de Galerkin utiliza-se então como funções-peso  $W_i$  as *funções de forma*  $N_i$  usadas para representar a distribuição de temperatura aproximada. Assim, o sistema da Eq.(5) torna-se:

$$\int_D \mathfrak{R}(x) N_i(x) dx = 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \tag{6}$$

Aplicando-se o método de Galerkin na equação da energia para um corpo unidimensional com área variável na forma usual encontrada na literatura segue que o resíduo  $\mathfrak{R}$  é dado por:

$$\mathfrak{R}(x, t) = \frac{\partial}{\partial x} \left( kA(x) \frac{\partial \tilde{T}^{(e)}}{\partial x} \right) - \rho c_p A(x) \frac{\partial \tilde{T}}{\partial t} \quad (7)$$

que substituído na Eq. (6) e se considerando o domínio com “m” nós tem-se que:

$$\int_{x_1}^{x_m} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( kA \frac{\partial \tilde{T}^{(e)}}{\partial x} \right) - \rho c_p A \frac{\partial \tilde{T}^{(e)}}{\partial t} \right] N_i(x) dx = 0 \quad (8)$$

onde  $x_1$  e  $x_m$  são as coordenadas dos nós extremos.

Integrando-se por partes o termo difusivo da Eq.(8) para reduzir a ordem do termo da 2ª derivada e substituindo-se a função aproximação  $\tilde{T} = \sum_{j=1}^n N_j(x) \bar{T}_j(t)$ , tem-se que:

$$I_1 = \int_{x_1}^{x_m} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x} \right) \right] N_i dx = N_m Q_m - N_1 Q_1 - \sum_e \left( \int_{x_{i_1}}^{x_{i_2}} k \frac{\partial N_j}{\partial x} \frac{\partial N_i}{\partial x} dx \right) \cdot \{ \tilde{T} \} \quad (9)$$

para  $j=1, 2, \dots, m$

onde:  $n$  = número de nós do elemento “e”

$i_1$  e  $i_2$  = nós da fronteira do elemento “e”.

Integrando-se agora o segundo termo da Eq. (9) após substituição da função aproximação obtém-se:

$$I_2 = \int_{x_1}^{x_m} \rho c_p \frac{\partial \tilde{T}}{\partial t} N_i dx = \sum_e \left[ \int_{x_{i_1}}^{x_{i_2}} \rho c_p N_i N_j dx \right] \cdot \left\{ \frac{\partial \tilde{T}}{\partial t} \right\} \quad (10)$$

Por simplicidade, para se resolver as integrais  $I_1$  e  $I_2$  escolheu-se uma variável adimensional local  $s$  para cada elemento, dada por

$$s = \frac{(x - x_{i_1})}{(x_{i_2} - x_{i_1})}, \quad \text{onde} \quad ds = \frac{dx}{(x_{i_2} - x_{i_1})} = \frac{dx}{\Delta x_e} \quad \text{ou} \quad dx = ds \cdot \Delta x_e, \quad (11)$$

assim, tem-se as funções de forma (ou de interpolação) dentro de cada elemento definidas por:

$$N_{i_1} = 1 - s \quad \text{e} \quad N_{i_2} = s, \quad (12)$$

resultando uma interpolação linear para a temperatura de cada elemento “e”:

$$T^{(e)} = \sum_{j=1}^2 T_{ij} N_{ij} = T_{i_1} N_{i_1} + T_{i_2} N_{i_2} \quad \text{ou,} \quad T^{(e)} = T_{i_2e} \cdot s + T_{i_1e} \cdot (1-s) \quad (13)$$

Utilizando-se este mesmo enfoque para se considerar uma variação linear dentro de cada elemento para o calor específico ( $c_p$ ), a condutividade térmica ( $k$ ) e área ( $a$ ) tem-se que:

$$c_p(x, T) = c_p(s, T) = c_p^{(e)} = \sum_{j=1}^2 c_{pij} \cdot N_{ij} = c_{pi1e} N_{i1} + c_{pi2e} N_{i2} \quad (14)$$

$$c_p^{(e)} = c_{pi2e} \cdot s + c_{pi1e} \cdot (1-s) \quad (15)$$

$$k^{(e)} = k_{i2e} \cdot s + k_{i1e} \cdot (1-s) \quad (16)$$

$$a^{(e)} = a_{i2e} \cdot s + a_{i1e} \cdot (1-s) \quad (17)$$

Substituindo-se as aproximações em função da variável local “s” feitas para T, área,  $c_p$ , e k, e resolvendo-se as equações para o elemento arbitrário “e” chega-se ao sistema de equações para os nós  $i_1$  e  $i_2$ :

$$I_{i1e} = C1 \cdot \frac{d}{dt}(T_{i2e}) + C2 \cdot \frac{d}{dt}(T_{i1e}) + K1 \cdot T_{i2e} + K2 \cdot T_{i1e} \quad (18)$$

$$I_{i2e} = C3 \cdot \frac{d}{dt}(T_{i2e}) + C4 \cdot \frac{d}{dt}(T_{i1e}) + K3 \cdot T_{i2e} + K4 \cdot T_{i1e} \quad (19)$$

cujos valores das constantes C1 a C4 e K1 a K4, deduzidos por processamento simbólico com o programa Macsyma (1996) são dados por:

$$C1 = \left( (3a_{i2e} + 2a_{i1e})c_{pi2e} + (2a_{i2e} + 3a_{i1e})c_{pi1e} \right) \cdot \frac{\rho}{60} \cdot \Delta x_e \quad (20)$$

$$C2 = \left( (2a_{i2e} + 3a_{i1e})c_{pi2e} + (3a_{i2e} + 12a_{i1e})c_{pi1e} \right) \cdot \frac{\rho}{60} \cdot \Delta x_e \quad (21)$$

$$C3 = \left( (12a_{i2e} + 3a_{i1e})c_{pi2e} + (3a_{i2e} + 2a_{i1e})c_{pi1e} \right) \cdot \frac{\rho}{60} \cdot \Delta x_e \quad (22)$$

$$C4 = \left( (3a_{i2e} + 2a_{i1e})c_{pi2e} + (2a_{i2e} + 3a_{i1e})c_{pi1e} \right) \cdot \frac{\rho}{60} \cdot \Delta x_e \quad (23)$$

$$K1 = - \left( (2a_{i2e} + a_{i1e})k_{i2e} + (a_{i2e} + 2a_{i1e})k_{i1e} \right) \cdot \frac{1}{6 \cdot \Delta x_e} \quad (24)$$

$$K2 = - \left( (-2a_{i2e} - a_{i1e})k_{i2e} - (a_{i2e} + 2a_{i1e})k_{i1e} \right) \cdot \frac{1}{6 \cdot \Delta x_e} \quad (25)$$

$$K3 = -K1 \quad K4 = -K2 \quad (26)$$

De onde se obtém as matrizes de condutância e capacitância de cada elemento, dadas por:

$$K^{(e)} = \begin{bmatrix} K2 & K1 \\ K4 & K3 \end{bmatrix} \quad C^{(e)} = \begin{bmatrix} C2 & C1 \\ C4 & C3 \end{bmatrix} \quad (27)$$

Com as matrizes de condutância e capacitância de cada elemento, pode-se obter as matrizes de globais de condutância e capacitância, e chegar ao sistema de equações algébricas da Eq. (28), que foi resolvido utilizando-se o método implícito para a derivada no tempo e o

algoritmo de Thomas para resolver o sistema de equações algébricas resultantes.

$$[K]*\{T\} + [C]*\{\dot{T}\} - \{q_s\} = 0 \quad (28)$$

onde :  $[K]$  = matriz de condutância térmica global

$[C]$  = matriz de capacitância térmica global

$\{T\}$  = vetor das temperaturas nodais

$\{q_s\}$  = vetor global de fluxo de calor incidente

$\{\dot{T}\}$  representa diferenciação de T com relação ao tempo.

#### 4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Foi desenvolvido um programa computacional utilizando-se o método de Galerkin. O programa foi validada para o regime permanente e transiente, comparando-se os resultados obtidos numericamente para problemas mais simplificados, cujas soluções estão disponíveis na literatura, conforme apresentado em Leite (1999). Aqui são apresentados os resultados para um exemplo de proteção térmica de veículos espaciais (Fig. 3).

O sistema de proteção térmica, inicialmente a uma temperatura de 298 K, é submetido a um fluxo de calor constante igual a 2.838 kW/m<sup>2</sup> durante 5 s. Foram utilizadas as mesmas propriedades térmicas apresentadas por Blackwell (1988), conforme se descreve na Tabela 1.

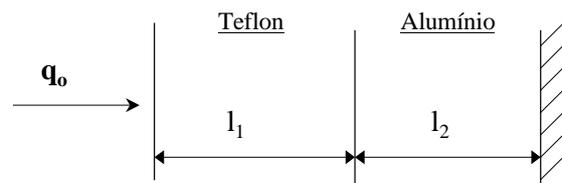


Figura 3 - Esquema do problema de ablação para aplicação em veículos espaciais.

Tabela 1: Propriedades térmicas do teflon e alumínio

Teflon	Alumínio
$l_1 = 0,00254$ m	$l_2 = 0,00254$ m
$k = 0,22$ W/m K	$K = 156$ W/m K
$\rho = 1922$ kg/m <sup>3</sup>	$\rho = 3204$ kg/m <sup>3</sup>
$c_p = 1256$ J/kg K	$c_p = 1047$ J/kg K
$T_{mf} = 833$ K	
$H_{fs} = 2326 \times 10^6$ J/kg	

Uma malha computacional com 100 elementos para a camada de material ablativo e 4 elementos para a camada correspondente a estrutura do veículo foi utilizado para a obtenção dos resultados, juntamente com um intervalo de integração inicial no tempo de 0,0001s e um procedimento de ajuste para o intervalo variando de 0,00001 s a 0,01 s. Os resultados numéricos mostraram que a temperatura de ablação é atingida para um tempo igual a 0,015 s, concordando com o resultado mostrado por Blackwell (1988), que calcula o instante de tempo,  $\tau$ , para um sólido semi-infinito atingir a temperatura de mudança de fase:

$$\tau = \frac{\pi}{4} (k\rho c_p) \left( \frac{T_{mf} - T_{inicial}}{q_o} \right)^2 \quad (29)$$

de onde se obtém um valor de 0,0151 s com um erro de 0,6%. Mostram também que as

instabilidades apresentadas nos instantes iniciais da ablação ao se utilizar a técnica de Ritz (Leite e Zaparoli, 1998) desapareceram ao se utilizar o método de Galerkin, o qual permite que a propriedades do material ablativo variem dentro de cada elemento, conforme se pode observar através da Fig. 4.

Os resultados obtidos através da técnica de Galerkin mostraram-se dependentes do valor da faixa de temperatura de mudança de fase conforme pode-se verificar pela Figuras 5, 6 e 7, que apresentam uma comparação entre os resultados numéricos obtidos pelo programa computacional desenvolvido e os resultados da literatura obtidos por Blackwell (1988), respectivamente para as faixas de temperaturas de 10, 20 e 30 K para a mudança de fase. As Figuras 5 e 6 mostram que as soluções numéricas estão atrasadas em relação a solução da literatura enquanto que a Fig. 7 mostra resultados numéricos adiantados em relação a solução de Blackwell (1988). A Figura 8 apresenta os resultados numéricos mais próximos aos resultados da literatura, obtidos para uma faixa de temperatura de mudança de fase de 25 K.

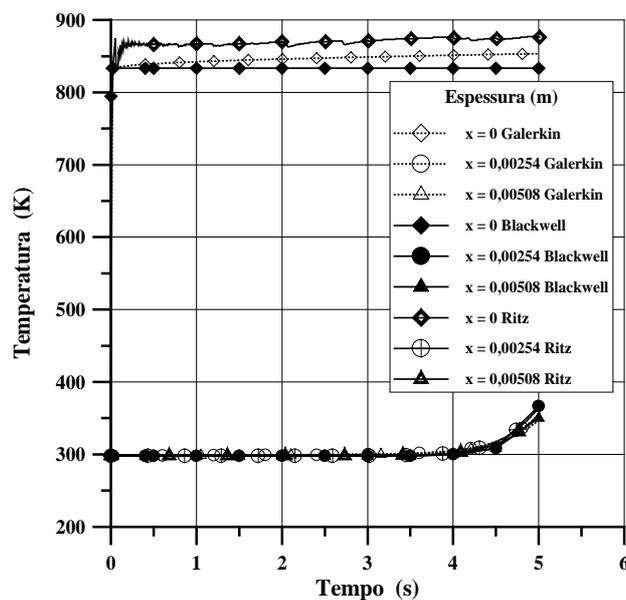


Figura 4- Temperatura x tempo para a faixa de temperatura de mudança de fase de 25K.

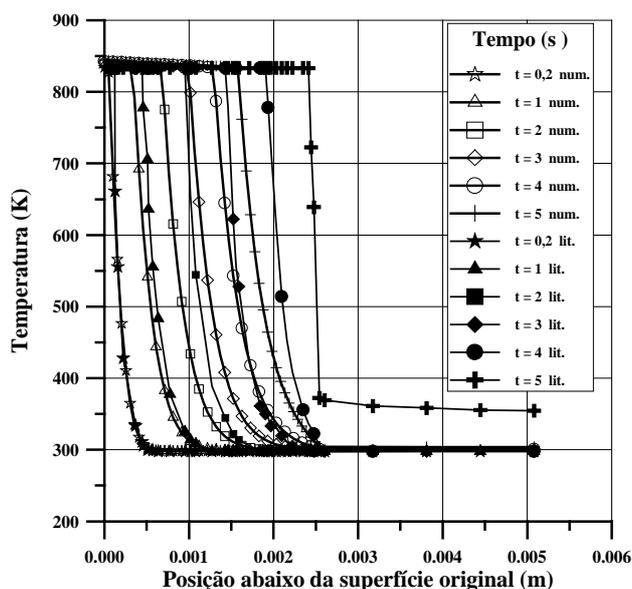


Figura 5- Distribuição de temperatura para faixa de temperatura de mudança de fase de 10K.

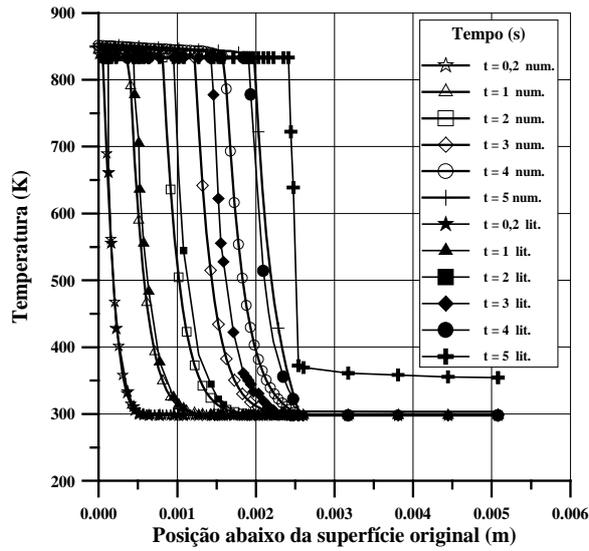


Figura 6 - Distribuição de temperatura para faixa de temperatura de mudança de fase de 20K.

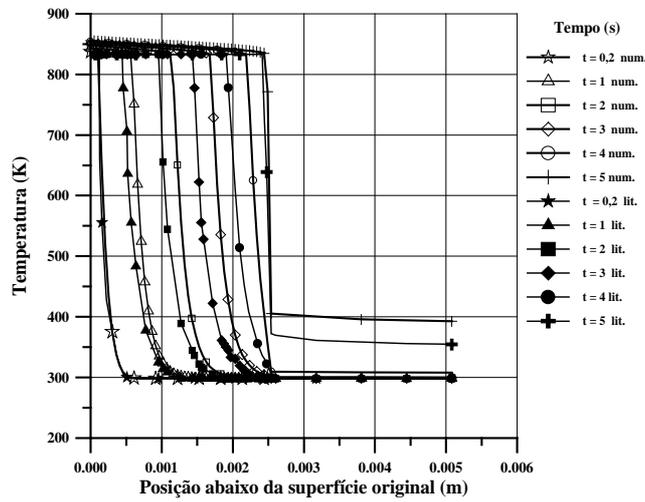


Figura 7- Distribuição de temperatura para faixa de temperatura de mudança de fase de 30K.

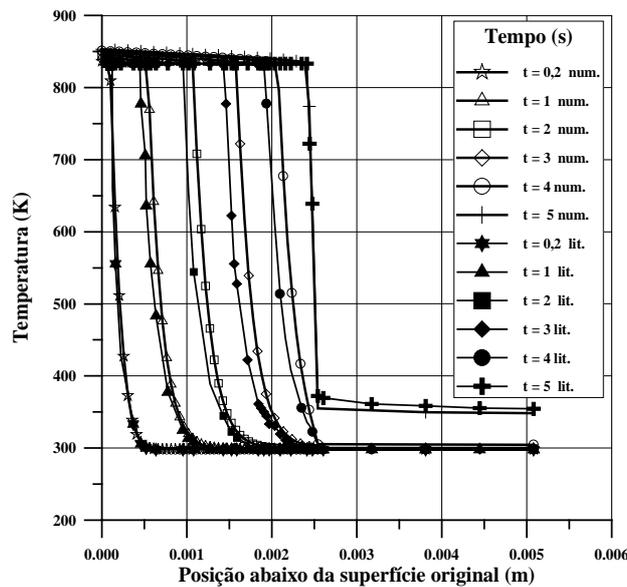


Figura 8- Distribuição de temperatura para faixa de temperatura de mudança de fase de 25K.

Pelos resultados obtidos verificou-se que o método de Galerkin, considerando que as propriedades térmicas ( $c_p$  e  $k$ ) variam linearmente no elemento, eliminou as instabilidades apresentadas nos instantes iniciais da ablação quando se utilizou o método de Ritz. No entanto, devido à variação acentuada destas propriedades dentro do elemento, a suposição de uma variação linear mostrou-se inadequada. Para as menores faixas de temperaturas de mudança de fase, isto resultou em um valor para a capacidade térmica do elemento acima do real, atrasando a evolução da temperatura com o tempo. Já para as maiores faixas de temperatura de mudança de fase obteve-se resultados inversos. Isto evidenciou a necessidade de desenvolvimento de uma melhor forma de se considerar a variação destas propriedades ( $c_p$  e  $k$ ) para o cálculo da ablação com esta abordagem entálpica para a mudança de fase.

## REFERÊNCIAS

- Blackwell, B. F., 1988, Numerical prediction of one-dimensional ablation using a finite control volume procedure with exponential differencing, *Numerical Heat Transfer*, v.14, p.17-34.
- Desai, C. S., 1979, *Elementary finite element method*. Englewood Cliffs, Prentice-Hall, New Jersey.
- Leite, R. M. G. & Zapparoli, E. L., 1998, Cálculo de ablação com uma abordagem entálpica para a mudança de fase, *Anais do 7º Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciências Térmicas*, Novembro 3-6, Rio de Janeiro, vol.1, p.609-614.
- Leite, R. M. G., 1999, Cálculo de ablação com uma abordagem entálpica para a mudança de fase, Tese de Doutorado, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, São Paulo, Brasil.
- Hoffman, J. D., 1992, *Numerical methods for engineers and scientists*. McGraw-Hill, New York.
- Macsyma, 1996, *Symbolic/numeric/graphical mathematics software*. New York
- Myers, G. E., 1971, *Analytical methods in conduction heat transfer*, McGraw-Hill, New York.
- Pessoa Filho, J. B., 1997, Aquecimento do ponto de estagnação do Sara durante reentrada atmosférica, Relatório NT 146-ASE-N/97, CTA/IAE, São José dos Campos.
- Schneider, G. E., 1992, *Finite-element methods for conduction*, in *Handbook of Heat Exchanger Design*, ed. G. F. Hewitt, Begell House, Inc., New York.
- Taylor, A. O., 1966, *A transient reaction kinetics analysis of ablation through aerodynamic heating*, General Dynamics, Massachusetts.

**Title:** Application of the Finite Element Method to the Ablation Problem Solution using an Enthalpy Based Formulation.

**Keywords:** Ablation, Thermal Protection, Enthalpy Formulation, Sublimation.

**Abstract.** In this work an enthalpy-based formulation is adopted to the one-dimensional ablation calculation. The thermal protection material after the ablation becomes a fictitious phase, absorbing the “ablation latent heat” in this transition, and with an value of thermal conductivity in such way this phase keeps a constant temperature equal to the sublimation temperature. Thus, this phase does not absorb energy and allows that the heat flux coming from the aerodynamic heating reaches the surface of the thermal protection. The numerical solution of this problem was obtained by the finite element method. It was considered a variation of the thermal properties in the evaluation of the matrix terms of the elements and the results obtained presented a good coherency with the physical phenomenon of the surface wearing resultant from aerodynamic heating during the reentry of a satellite in the Earth atmosphere.